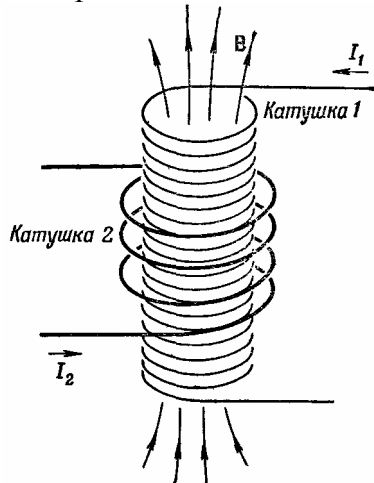


## ТЕМА12: Взаимна индукция. Самоиндукция. Енергия на магнитното поле. Трансформатори.

### Взаимна индукция

Да разгледаме случая, когато намотки от проводници са неподвижни, а се променят магнитните полета. Описанието на магнитните полета досега правихме само за постоянни токове. Ако токовете се променят бавно, магнитното поле във всеки момент ще е приблизително такова, каквото би било полето на постоянен ток. Тук ще приемем, че токовете винаги се променят бавно.



На лявата фигура са показани две намотки, с които може да се демонстрира принципа на работа на трансформатора. Намотка 1 се състои от проводник, навит във вида на дълъг соленоид. Около тази намотка, изолирано, е навита намотка 2, състояща се само от няколко навивки. Ако по намотка 1 се пусне ток, вътре в нея се формира магнитно поле. Това магнитно поле преминава и през намотка 2. Когато токът в намотка 1 се променя, магнитният поток също се променя, и в намотка 2 се появява индуцирана електродвижеща сила. Сега ще пресметнем тази индуцирана електродвижеща сила.

Ще ползваме готов резултат, всъщност изведен от нас за магнитното поле на дълъг соленоид: Магнитното поле вътре в дълъг соленоид е еднородно и е равно на

$$B = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{N_1 I_1}{l} ,$$

където  $N_1$  е броят на навивките на соленоида,  $I_1$  - токът през нея, а  $l$  е нейната дължина. Нека напречното сечение на соленоид 1 е равно на  $S$ . Тогава големината на потока на полето  $\vec{B}$  е равен на  $BS$ . Ако в соленоид 2 има  $N_2$  намотки, потокът преминава през  $N_2$ -пъти повече навивки. По тази причина електродвижещата сила в соленоид 2 се дава с израза

$$E_2 = -N_2 S \frac{dB}{dt} .$$

Единствената изменяща се във времето величина е токът  $I_1$  през първия соленоид. Ето защо електродвижещата сила се дава с израза

$$E_2 = -\frac{N_1 N_2 S}{\epsilon_0 c^2 l} \frac{dI_1}{dt} .$$

Виждаме, че електродвижещата сила в соленоид 2 е пропорционална на скоростта на изменение на тока в соленоид 1. **Константата на пропорционалност** всъщност е геометричен фактор и се нарича **коэффициент на взаимна индукция**. Ще го обозначим с  $M_{21}$ . Тогава горното равенство може да се запише просто като

$$E_2 = M_{21} \frac{dI_1}{dt} .$$

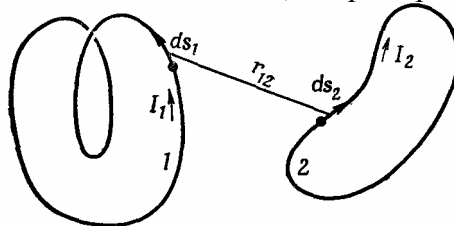
Да предположим сега, че трябва да пуснем ток през соленоид 2 и ни интересува на какво е равна електродвижещата сила в соленоид 1. Бихме пресметнали магнитното поле, което навсякъде е пропорционално на тока  $I_2$ . Потокът през соленоид 1 би зависел от геометрията,

но би бил пропорционален на тока  $I_2$ . Затова електродвижещата сила в соленоид 1 отново би била пропорционална на  $dI_2/dt$ . Можем да запишем:

$$E_1 = M_{12} \frac{dI_2}{dt} .$$

Доколкото полето на всеки соленоид е пропорционално на протичащия през него ток, такъв резултат би се получил и при произволни два соленоида от проводници. Двата последни израза биха били в същия вид и само константите  $M_{12}$  и  $M_{21}$  биха били други. Стойностите им биха зависели от формата им и от относителното им положение.

Да предположим, че ни е необходимо да намерим коефициента на взаимна индукция между два произволни соленоида, например като показаните на следващата фигура.



Произволни два соленоида имат взаимна индукция  $M$ , пропорционална на интеграла от  $d\vec{s}_1 \cdot d\vec{s}_2 \cdot (1/r_{12})$ .

Общият израз за електродвижещата сила в соленоид 1 може да се запише така:

$$E_1 = - \frac{d}{dt} \int_{(1)} \vec{B} \cdot \vec{n} da , \quad (***)$$

където  $\vec{B}$  е магнитното поле, а интегралът се взема по повърхност (1), ограничена от контур 1.

**Припомняне от Тема 10:** Ако ползваме дефиницията на векторния потенциал ( $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$ ), по теоремата на Стокс повърхнинният интеграл по повърхността  $S$  (тук означена като повърхност (1)) се свързва с интеграла по контура  $\Gamma$  със съотношението

$$\int_S \vec{B} \cdot \vec{n} da = \int_S (\nabla \times \vec{A}) \cdot \vec{n} da = \oint_{\Gamma} \vec{A} \cdot d\vec{s} ,$$

където  $d\vec{s}$  е линеен елемент по контура.

Имайки предвид припомнянето, повърхнинният интеграл (\*\*\*) можем да сведем до интеграл по контур от векторния потенциал. В нашия случай

$$\int_{(1)} \vec{B} \cdot \vec{n} da = \oint_{(1)} \vec{A} \cdot d\vec{s}_1 ,$$

където  $A$  е векторният потенциал, а  $d\vec{s}_1$  е елемент от веригата 1. Интегралът по контура се взема по контур 1 и, затова, електродвижещата сила в този соленоид може да се запише във вида

$$E_1 = - \frac{d}{dt} \oint_{(1)} \vec{A} \cdot d\vec{s}_1 .$$

Да предположим сега, че векторният потенциал на верига 1 възниква за сметка на токовете във верига 2. Тогава можем да го запишем във вида на интеграл по контура 2:

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{d}{dt} \oint_{(2)} \frac{I_2 d\vec{s}_2}{r_{12}} ,$$

където  $I_2$  е токът във веригата 2, а  $r_{12}$  е разстоянието от елемента на веригата  $d\vec{s}_2$  до точката на контура 1, където пресмятаме векторния потенциал. Комбинирайки последните две формули, можем да запишем електродвижещата сила като двоен интеграл по контура:

$$E_1 = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{d}{dt} \oint_{(1)} \oint_{(2)} \frac{I_2 d\vec{s}_2}{r_{12}} \cdot d\vec{s}_1 .$$

В този израз интегралите се вземат по неподвижни контури. Единствената променлива величина е токът  $I_2$ , който не зависи от интеграционните променливи. Тогава електродвижещата сила можем да запишем като

$$E_1 = M_{12} \frac{dI_2}{dt} ,$$

където коефициентът на пропорционалност е

$$M_{12} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \oint_{(1)} \oint_{(2)} \frac{d\vec{s}_2 \cdot d\vec{s}_1}{r_{12}} .$$

От този интеграл е очевидно, че  $M_{12}$  зависи единствено от геометрията на веригата – от някакво средно разстояние между двете вериги, при което, като средна стойност, с най-голям принос са паралелните отрязъци от намотките на двата соленоида. Формулата може да се ползва за пресмятане на коефициента на взаимна индукция за две вериги с произволна форма. Освен това интегралът показва, че  $M_{12} = M_{21} = M$ . Често се нарича просто **коефициент на взаимна индукция**.

### Самоиндукция

При обсъждането на последната фигура (вижте по-горе) разгледахме само случая, когато ток протича или през единия соленоид, или през другия. Ако ток тече *едновременно* и през двата соленоида, магнитният поток, преминаващ през всеки соленоид, ще е сума от двата потока, съществуващи поотделно. Така е, понеже е в сила принципът за суперпозицията. По тази причина електродвижещата сила във всеки соленоид ще е пропорционална не само на изменението на тока в другия соленоид, но и на изменението на тока в самата нея. Така пълната електродвижеща сила в соленоид 2 следва да се запише във вида

$$E_2 = M_{21} \frac{dI_1}{dt} + M_{22} \frac{dI_2}{dt} .$$

Аналогично, електродвижещата сила в соленоид 1 ще зависи не само от изменението на тока в соленоид 2, но и от изменението на тока през самия него:

$$E_1 = M_{12} \frac{dI_2}{dt} + M_{11} \frac{dI_1}{dt} .$$

Коефициентите  $M_{11}$  и  $M_{22}$  винаги са отрицателни. Обикновено се записва

$$M_{11} = -L_1 \text{ и } M_{22} = -L_2 ,$$

където  $L_1$  и  $L_2$  се наричат **коефициенти на самоиндукция** (или просто *индуктивности*).

Разбира се, електродвижеща сила на самоиндукция съществува даже и при един соленоид. Всяка намотка сама по себе си има коефициент на самоиндукция  $L$  и нейната електродвижеща сила е пропорционална на скоростта на изменение на тока през намотката. Обикновено се приема, че електродвижещата сила и токът на един соленоид са положителни, ако са еднопосочни. При това условие, за една *единствена намотка*, можем да напишем

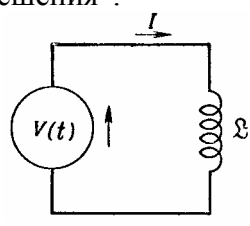
$$E = -L \frac{dI}{dt} .$$

Знакът “минус” показва, че електродвижещата сила противодейства на изменението на тока. Понякога я наричат “*обратна електродвижеща сила*”.

Доколкото всяка намотка проявява самоиндукция, противодействаща на изменението на тока, токът в намотката проявява своеобразна инертност. Наистина, ако искаме да изменим тока в намотката, трябва да преодолеем тази инерция, свързвайки намотката към външен източник (напр. батерия; вижте долната фигура). В такава верига токът  $I$  е свързан с напрежението  $V$  чрез съотношението

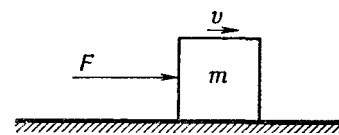
$$V = L \frac{dI}{dt} .$$

Това съотношение има формата на едномерно уравнение на движение на Нютон за частица. Затова можем да го изследваме, следвайки принципа, че “еднаквите уравнения имат еднакви решения”.



a)

Верига с източник на напрежение и индуктивност (а) и аналогичната на нея механична система (б).



b)

Така, ако на приложеното външно напрежение  $V$  съпоставим външна сила  $\vec{F}$ , а на тока  $I$  съпоставим скоростта на частицата  $v$ , коефициентът на индукция на намотката  $L$  ще съответства на масата  $m$  на частицата (вижте горната фигура и следващата таблица).

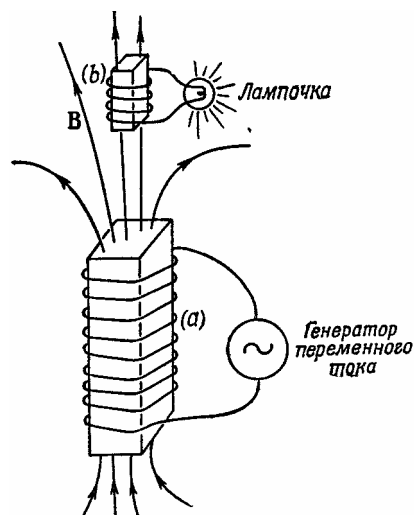
<b>СЪПОСТАВЯНИ ВЕЛИЧИНИ</b>	
<i>Частича</i>	<i>Намотка</i>
$F$ (сила)	$V$ (потенциална разлика)
$v$ (скорост)	$I$ (ток)
$x$ (преместване)	$q$ (заряд)
$F = m \frac{dv}{dt}$	$V = L \frac{dI}{dt}$
$mv$ (импулс)	$LI$
$\frac{1}{2}mv^2$ (кинетична енергия)	$\frac{1}{2}LI^2$ (магнитна енергия)

Следвайки аналогията, на кинетичната енергия  $(1/2)mv^2$  съответства аналогична величина  $(1/2)LI^2$ , която *наистина е енергетична величина*. Така получаваме, че работата, извършвана за единица време върху индуктивност, е равна на  $VI$ , а в механична система – на  $Fv$ . Така тези величини си съответстват не само в математичния смисъл, но и имат едно и също физическо значение.

### Трансформатори и индуктивности

Една от най-интересните страни на откритието на Фарадей е в това, че електродвижещата сила възниква в движеща се намотка, което можем вече обясним с помощта на магнитната сила  $q\vec{v} \times \vec{B}$ . **Главното** е в друго – в това, че *изменението на тока в една намотка създава електродвижеща сила във втора намотка*. Удивително е, че големината на електродвижещата сила се дава със същото “правило на потока”: **Електродвижещата сила е равна на скоростта на изменение на магнитното поле през намотката**.

Като пример, да вземем две намотки (вижте долната фигура), всяка от които е навита на отделна сърцевина от железни пластинки (с които може да се създаде по-силно магнитно поле). Нека една от намотките (а) да свържем към генератор на променлив ток. Непрекъснато променящият се ток създава непрекъснато променящо се магнитно поле. Такова изменящо се магнитно поле генерира променлива електродвижеща сила във втората намотка (б). Тази електродвижеща сила е в състояние, например, да запали електрична лампичка.



Два соленоида, навити около снопове от железни пластинки, позволяват да се запали лампичка, която не е пряко свързана с генератор.

В намотка (б) електродвижещата сила се променя с честота, равна на честотата на първия генератор. Но токът в намотка (б) може да е по-голям или по-малък от тока в намотка (а). Токът в намотка (б) зависи от индуцираната в нея електродвижеща сила и от съпротивлението и от индуктивността на останалата част от веригата. Тази електродвижеща сила (ЕДС) може да е по-малка от електродвижещата сила на генератора, ако изменението на потока е малко. **Но ЕДС в намотка (б) може да се окаже и много по-голяма от ЕДС на генератора, ако в намотка (б) имаме много навивки**, защото, в дадено магнитно поле, потокът ще е много по-голям. Ако искате, може да се каже, че във всяка навивка ЕДС е една и съща и доколкото пълната ЕДС е равна на сумата от ЕДС на всяка отделна навивка, поголемият брой навивки дава и по-голяма резултатна ЕДС.

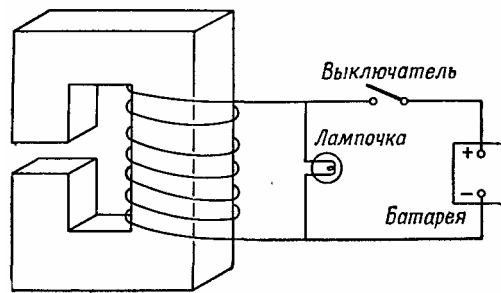
**Такава структура от две навивки (обикновено – около набор от железни пластинки, повишаващи магнитното поле) се нарича трансформатор.** Той може да трансформира една електродвижеща сила (наричана още «напрежение») в друга.

Ефект на индукция възниква и в една единствена намотка. Наричаме го *самоиндукция*.

Когато въведохме “правилото на потока”, твърдящо, че ЕДС е равна на скоростта на изменение на магнитния поток, не определихме направлението на ЕДС. Съществува просто правило (**правило на Ленц**): **ЕДС се стреми да се противопостави на всяко изменение на потока.** Иначе казано, направлението на индуцираната ЕДС винаги е такова, че ако токът би потекъл в направлението на ЕДС, той би създал магнитно поле  $\vec{B}$ , противопоставящо се на изменението на полето  $\vec{B}$ , създало тази ЕДС.

Когато ток тече през една отделена намотка, променяйки се, във веригата възниква “обратна” електродвижеща сила. Тази сила действа върху зарядите и е насочена така, че да възпрепятства изменението на тока, запазвайки го постоянен. ЕДС е противоположна на тока, когато токът се увеличава, и е по направлението на тока, когато токът отслабва. **При самоиндукция токът проявява инертност**, понеже ефектите на самоиндукция се стремят да запазят тока постоянен точно така, както механичната инерция се стреми да запази скоростта на телата да е постоянна.

Всеки голям електромагнит има голяма самоиндукция. Нека, например, към навивката на голям електромагнит, да свържем батерия и да се установи силно магнитно поле (вижте долната фигура). Токът достига постоянна стойност, определена от напрежението на батерията и от съпротивленията на проводниците на намотката. Сега да предположим, че искаме да разкъсаме веригата като изключим превключвателя. Ако го изключим, токът бързо ще се понижи до нула и, в процеса на намаляването си, би създал огромна ЕДС. В много случаи тази ЕДС е достатъчно голяма, за да може между вече раздалечените контакти на превключвателя да възникне волтова дъга. Високото напрежение би могло да нанесе щети на намотката и то точно тогава, когато се опитвате да я изключите!



Включване на електромагнит във верига. Лампичката открива път за тока в момента на изключването, възпрепятствайки възникването на много силна ЕДС върху контактите на превключвателя.

По тази причина електромагнитите обикновено се включват във верига, както е показано на горната фигура. Когато превключвателят се изключи, токът не се променя бързо, а продължава да тече през лампата, оставайки постоянен за сметка на електродвижещата сила от самоиндукцията на намотката.